

Construção do conceito de multiplicação e divisão à luz da Teoria dos campos conceituais e Obstáculos Epistemológicos

Construction of the concept of multiplication and division in light of the Conceptual Fields Theory and Epistemological Obstacles

Lucas Cunha da Silva¹

Universidade Federal do Amazonas

Luciane Alcântara da Silva²

Universidade Federal do Amazonas

RESUMO

Nesse estudo, propomos uma análise crítica reflexiva em livros de matemática do sexto ano do ensino fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) com a finalidade de investigar, à luz das Teorias de Campos Conceituais (TCC) de Gerard Vergnaud e Obstáculos Epistemológicos de Gaston Bachelard, como as operações de multiplicação e divisão são abordadas. A análise se fez necessário diante das dificuldades encontradas na utilização dessas operações no ensino fundamental. As teorias estudadas são de grande relevância, pois explicam como se dá o aprendizado matemático e as dificuldades que impedem o pleno entendimento desse conteúdo. Dessa forma, elaboramos uma pesquisa qualitativa com procedimento bibliográfico sobre as teorias e, por fim, a análise reflexiva dos livros. Este estudo se desenvolveu na perspectiva de que os resultados apresentados podem contribuir para a melhoria no processo de ensino e aprendizagem de matemática ao passo que abre possibilidade de novas discussões e propostas para superação das dificuldades de aprendizagem em operações de multiplicação e divisão.

Palavras-chave: Campos Conceituais; Obstáculos Epistemológicos; Livros didáticos; Multiplicação e divisão.

ABSTRACT

In this study, we propose a critical reflective analysis of sixth grade mathematics textbooks approved by the National Textbook Program (NTP) in order to investigate, in the light of Gerard Vergnaud's Conceptual Fields Theory (CCT) and Gaston Bachelard's Epistemological Obstacles, how multiplication and division operations are approached. The analysis was necessary due to the difficulties encountered in the use of these operations in elementary school. The theories studied are of great relevance, since they explain how mathematical learning takes place and the difficulties that prevent the full understanding of this content. Thus, we developed a qualitative research with a bibliographic procedure on the theories and, finally, a reflective analysis of the books. This study was developed from the perspective that the results presented can contribute to the improvement of the teaching and learning process of mathematics while opening the possibility of new discussions and proposals to overcome learning difficulties in multiplication and division operations.

Keywords: Concept fields; Epistemological Obstacles; Textbooks; Multiplication and division.

¹ Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, AM, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Tapajós, 402, Jorge Teixeira, Manaus, Amazonas, Brasil, CEP: 69088-025. ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0006-6319-8554>. E-mail: lucascunha8576@gmail.com.

² Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, AM, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Anápolis, 1476, Redenção, Manaus, Amazonas, Brasil, CEP: 69047-380. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1802-7650> E-mail: luciane.mat10@gmail.com.

INTRODUÇÃO

As operações de multiplicação e divisão são amplamente utilizadas para resolver problemas encontrados em nosso cotidiano. Embora sejam operações usuais, é recorrentes que as crianças e adolescentes se deparem com dificuldades em resolver problemas que as envolvem, como apontam os estudos de Santos e Bessa (2021); Viana (2020); Lisboa (2019); Brandt *et al.* (2019); Santana, Carzola e Santos (2019).

Os principais documentos oficiais norteadores para o ensino, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e A Base Nacional Comum curricular (BNCC), orientam que as aprendizagens se desenvolvam por meio de competências e habilidades. Entre as competências descritas nestes documentos para as operações de multiplicação e divisão, destacam-se aquelas de domínio cognitivo, as quais o estudante deve desenvolver o pensamento crítico e criativo para investigar, elaborar, testar hipóteses e resolver problemas (com ou sem a ajuda de tecnologias) com base nos conhecimentos de diferentes áreas de conhecimentos (Brasil, 2018).

Diante dessas exigências, este estudo busca responder a seguinte questão: Como os livros didáticos, aprovados pelo Programa Nacional do Livro didático (PNLD), abordam os conteúdos de multiplicação e divisão no 6º ano do ensino fundamental? Tal questionamento mostra-se importante uma vez que os livros são utilizados por professores e alunos como materiais didáticos e ocupam um lugar de destaque na maioria das salas de aula.

Arruda e Moretti (2002) destacam que a utilização do livro didático como recurso didático vem da época de Comenius com sua Didática Magna, onde era proposto um único livro como referência ao aluno. De acordo com Schubring (2003), os livros já existiam antes que fosse inventada a tecnologia para imprimi-los. Ao longo do tempo, os povos buscaram meios de registrar por escrito suas culturas, e buscaram um modo de preservá-las. Ele representa não somente um material de apoio pedagógico ou recurso didático, mas um elemento cultural de estudo sistematizado, coletivo, capaz de auxiliar na construção do conhecimento, a partir de interações e mediação docente.

Diante desses aspectos e, principalmente pela sua importância no contexto escolar, é pertinente compreender como os livros didáticos aprovados pelo PNLD abordam alguns conteúdos de matemática, especificamente ao conteúdo de multiplicação e divisão, que apesar de serem trabalhados desde o ensino fundamental I, são apontados pelo próprio documento

norteador da educação como um obstáculo tanto para professores como para alunos (Brasil, 1997).

Nesse sentido, o objetivo geral da pesquisa é analisar o modo como os livros didáticos do 6º ano apresentam as operações de multiplicação e divisão à luz da teoria de campos conceituais e obstáculos epistemológicos. A escolha pela teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud (1996) se justifica na perspectiva de que essa teoria nos permite entender como se dá o conhecimento e como o mesmo deve ser trabalhado, afim de garantir um melhor aprendizado.

Quanto que a teoria de obstáculos epistemológicos de Gaston Bachelard (1947) foi escolhida por permitir identificar a origem das dificuldades encontradas no processo de aprendizagem das operações de multiplicação e divisão, uma vez que compreendidas, novas reflexões e discussões podem ser alcançadas para superação destas dificuldades.

Para tanto, buscamos responder as seguintes perguntas de pesquisa:

- Como os livros didáticos tratam os obstáculos epistemológicos sobre as operações de multiplicação e divisão com números?
- De que forma as situações propostas para o ensino dessas operações nos livros didáticos se adequam a Teoria de Campos Conceituais?
- Até que ponto o foco da abordagem é excessivamente voltado para repetições dos algoritmos?

Analisamos também como as situações são propostas pelos livros didáticos, como eles abordam as questões históricas ligadas ao processo de construção dos números naturais. Isso porque, de acordo com os PCNs a história da matemática pode fornecer contribuições importantes para o processo de ensino e aprendizagem, pois permite o aluno criar significados aos conceitos, bem como, o esclarecimento de ideias matemáticas em construção (Brasil, 1998).

Como aporte para análise e interpretação dos dados, primeiramente, buscamos sintetizar as teorias aqui abordadas, TCC e Obstáculos epistemológicos no processo de construção das operações de multiplicação e divisão de números naturais. Em seguida, apresentamos a metodologia, os resultados levantados e as considerações finais desse estudo.

REFERENCIAL TEÓRICO

Teoria dos Campos Conceituais

Tomamos como aporte teórico a Teoria dos Campos conceituais elaborada por Gerard Vergnaud e seus colaboradores com o objetivo de discutir o comportamento cognitivo do estudante diante de situações de aprendizagem, buscando compreender quais ações são desenvolvidas por ele, e de que forma são organizadas.

A TCC é uma teoria cognitivista que se propõe ao estudo do desenvolvimento cognitivo diante a complexidade lógica geral. Pela teoria de Vergnaud, o conhecimento está organizado em campos conceituais à domínio do sujeito, onde sua estrutura cognitiva se estabelece ao sentido do conteúdo conceitual mediante a interação do sujeito sob uma certa situação. Essa teoria tem como finalidade “fornecer um quadro que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, nas crianças e nos adolescentes, entendendo por conhecimentos, tanto o saber fazer como os saberes expressos” (Vergnaud, 1996, p.155).

Segundo Vergnaud (1996) a aquisição de conhecimentos se dá por meio das situações. E para a construção de um conceito o estudante precisa além da definição por enunciado, dos pensamentos subjacente as competências os quais permitem as ações operatórias. As competências se referem a capacidade do sujeito em enfrentar e resolver situações. Essas competências são construídas a partir das experiências de cada sujeito, das relações sociais e dos conhecimentos por ele adquirido. No entanto, Vergnaud (1996) afirma que, grande parte dos nossos conhecimentos são competências, porém apenas uma parte dessas é facilmente explicável.

Quando estamos diante de situações conhecidas, utilizamos esquemas já conhecidos, quando estamos diante de situações novas, precisamos buscar, além dos conhecimentos adquiridos, novas estratégias, construindo novos esquemas de resolução, desenvolvendo assim, novas competências. Nesta ação, existem conhecimentos implícitos, procedimentos e representações.

Desse modo, o estudo do funcionamento cognitivo deve ser direcionado aos esquemas desenvolvidos pelo indivíduo no processo de construção do conhecimento. Para Vergnaud (2013, p. 284-285, tradução nossa) “o esquema é a organização invariante de atividade para uma definida classe de situações”. O esquema é, portanto, resultado da interação sujeito-situação.

Vergnaud (1990) considera que um conceito é constituído de três elementos que estão interligados: um conjunto de situações que dão sentido ao conceito, um conjunto dos invariantes operatórios, que justificam a operacionalidade dos esquemas, e um conjunto das representações simbólicas do conceito, das situações e dos procedimentos de tratamentos das situações.

Nessa perspectiva, Moreira (2002, p.8) define que um campo conceitual trata-se de “[...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição”. Em síntese, trata-se de uma unidade de estudo que propicia sentido aos problemas de aquisição observados na conceitualização do real pelo sujeito.

Para compreensão tomemos o exemplo “Paulo ganhou 20 pacotes de figurinhas e quer dividir igualmente entre seus cinco sobrinhos, sabendo que cada pacote contém 4 unidades delas, com quantas figurinhas cada sobrinho de Paulo receberá?”

No processo de resolução do problema apresentado é indubitável que cada estudante buscará uma caminho diferente com base nos conhecimentos que cada um dispõe em sua estrutura cognitiva. Um estudante pode, por exemplo, tentar primeiramente a divisão de $20/5$ e depois a multiplicação de 4×4 , outro pode começar pela segunda operação, 20×4 e depois a divisão de $80/5$. Haverá os alunos que serão capazes de fazer o cálculo apenas com registro numérico, como demonstrado, e aqueles que dependeram também do registro pictórico, concreto ou mesmo gestual, como contar os dedos das mãos.

Observe que para a resolução de uma única situação o aluno precisa fazer relações, mobilizar conhecimento de multiplicação, divisão, números naturais ou mesmo adição. Para interpretação da situação e operação dos cálculos, será necessário recorrer aos registros de representações, e dos quais muitos irão buscar os pictóricos para tornar visível os processos abstratos. Estratégias devem ser traçadas, raciocínios serão desenvolvidos e teoremas e conceitos-em-ação serão manifestados, sejam implícito ou explicitamente.

Teoremas e conceitos-em-ação são operações de pensamentos presentes nos esquemas que são mobilizados durante ações de atividade matemática. Teorema-em-ação são proposição, ou seja, uma argumentação expressa pelo sujeito e tido como verdadeira por este, porém podendo ser falsa ou realmente verdadeira. Já o conceito-em-ação é classificado como

função proposicional, pois são objetos, predicados, conceitos que formam os teoremas-em-ação, logo podem ser pertinentes ou não diante uma situação matemática (Vergnaud, 1996).

Seguindo com o exemplo dado anteriormente, se o aluno afirma que cada sobrinho de Paulo receberá 5 figurinhas uma vez que o mesmo se baseou na seguinte operação ($20 \div 4$), podemos identificar que o teorem-em-ação é falso, porém nele expressa que esse aluno apresentou como conceito-em-ação que formulou tal resposta, a divisão, que dada a situação é um conceito importante para aprendizagem e resolução de situações do campo multiplicativo.

Logo, uma situação não pode ser analisada com um único conceito, e um conceito não assume o seu significado em uma única classe de situações, o que conduz Vergnaud (1990) estudar a construção conceitual em torno de Campos Conceituais ao invés de considerar conceitos isolados. No que diz respeito ao âmbito de educação matemática, se interessou em estudar no campo conceitual aditivo e multiplicativo. As estruturas aditivas atendem conceitos de adição, subtração e conceitos envolvendo ambas as operações. Nas estruturas multiplicativas estão envolvidos conceitos de multiplicação, divisão e conceitos em combinação com tais operações.

A estrutura multiplicativa, na qual comporta os conceitos de interesse neste estudo, está dividida em relação ternária e relação quaternária, dos quais implicam em um ou várias multiplicações ou divisões e permitem analisar situações como: proporções simples e múltiplas, razão, fração, quociente, número racional, múltiplo, divisor, etc. (Vergnaud, 1993).

Os PCNs recomendam que as situações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas sejam exploradas a partir dos primeiros anos de escolaridade e elas devem ser trabalhadas ao longo de todo o processo de maneira a permitir que o aluno resolva problemas cada vez mais complexos. Porém, deve-se ter cuidado para que essas tarefas tenham significado. É indiscutível a necessidade de se fugir da memorização e repetição (Brasil, 1997).

Nesse caso, o professor, enquanto mediador do ensino e da aprendizagem, elabora um conjunto de tarefas (situações) para que haja reflexão sobre as condições de resolvê-las, isto é, proporcionar caminhos para aprendizagem de novos conhecimentos; e a ruptura é alcançada à medida que o aluno compreende que a adição de parcelas iguais não é suficiente para resolver algumas situações-problema que envolvam as Estruturas Multiplicativas (Couto; Lima; Santana, 2021, p.335).

Para que o conceito de multiplicação e divisão tenha algum sentido para o aluno eles devem ser apresentados numa grande variedade de situações dentro do campo conceitual das

estruturas multiplicativas, para que ele seja capaz de associar os novos conhecimentos aos conhecimentos que ele já dispõe, resultados de experiências anteriores. Pois essa relação entre conhecimentos é que possibilita a competência para o confronto de novas situações, sendo possível de dar sentido aos conceitos e procedimentos que se pretende ensinar.

Obstáculos Epistemológicos presentes no processo de construção das operações de multiplicação e divisão

Os PCN mostram a maneira como os números podem ser abordados e apontam como estes podem proporcionar situações que levem à aprendizagem. Até o fim do sexto ano de escolaridade é exigido que os alunos apresentem aptidão para resolverem todas as tarefas que envolvam transformação, composição e comparação.

Bachelard (1947) afirma que as dificuldades presentes no processo de ensino e aprendizagem podem estar ligadas aos obstáculos epistemológicos. Os pensamentos de Bachelard (1947) em sua teoria de aprendizagem são um caminho para compreender como as dificuldades se dão e como elas podem ser enfrentadas.

Segundo Pommer (2010), os pensamentos de obstáculos epistemológicos foram introduzidos por Gaston Bachelard, sua ideia foi difundida e posteriormente utilizada por Guy Brousseau. Já Iglioni (2010), definiu que os obstáculos são parte constitutiva do conhecimento e não podem ser evitados.

Entende-se os obstáculos epistemológicos como heranças históricas que não se pode fugir, eles se devem às resistências advindas do próprio processo de construção do conhecimento e fazem parte da construção do saber, sendo encontrados na história do desenvolvimento e evolução dos conceitos. O obstáculo epistemológico está vinculado ao processo de construção histórica e a aprendizagem do aluno.

A noção de obstáculo epistemológico como sendo aquele obstáculo ligados a resistência de um saber mal-adaptado, (...) sendo um meio de interpretar alguns erros recorrentes e não aleatórios, cometidos pelos estudantes, quando lhes são ensinados alguns tópicos da matemática (Iglioni, 2010, p. 99).

Nessa perspectiva, a ideia de analisar o conhecimento matemático e tentar entender como se dá o processo de construção desse conhecimento é um caminho para entender e superar os obstáculos que aparecerão. De maneira mais específica, estudaremos o conjunto

dos números naturais e os obstáculos enfrentados em toda a sua estruturação das operações de multiplicação e divisão.

Brousseau (2008) distingue quatro tipos de obstáculos presentes na didática da matemática: o psicológico são aqueles de natureza efetiva, em que a imagem que o aluno tem da matemática é associada às experiências de sua comunidade. Esses obstáculos surgem quando o conhecimento científico contradiz o saber cultural do aluno; os de origem ontogênica, que são ligados a capacidade e maturidades do aluno, principalmente em questões neurofisiológicas e psicogenéticas que limita e dificulta a aprendizagem de determinados conteúdos; os de ordem didática que dependem da abordagem pedagógica, surgem pela simplificação do conteúdo e restrição de situações matemáticas; e os de ordem epistemológica, que são aqueles relacionados as dificuldades conceituais, enfrentados também por matemáticos ao longo da história.

No ensino de matemática, Trindade (1999) destaca que o primeiro obstáculo a ser superado para a construção de muitos conceitos matemáticos é a crença de que a matemática não está preocupada com problemas práticos. Dessa forma, o professor possibilitar que o conhecimento científico se aproxime da vida prática do aluno, é um importante passo a apreensão de conceitos matemáticos.

Um dos principais obstáculos segundo Schubring (2002) envolta do conceito de multiplicação enfrentados ao longo da história da matemática se refere à multiplicação de duas grandezas, onde matemáticos buscaram por longos períodos resolver tal questão.

Todos concordavam que a multiplicação de dois números puros é evidentemente legítima e também a multiplicação entre um número puro, entendido como um escalar ou multiplicador, e uma grandeza ou multiplicando. Mas a multiplicação entre duas grandezas foi excluída porque uma grandeza não pode funcionar como um multiplicador. Apesar desse princípio geral, a prática na Geometria e na Física sempre voltava a exigir multiplicar duas grandezas (Schubring, 2002, s.p.).

Schubring (2002, s.p.) pontua que “[...] não se pode utilizar a história para um “prognóstico” dos erros dos alunos, mas a história apresenta um metassaber sobre a Matemática, que constitui uma fonte de reflexão importante para o professor”. Hoje o ensino de matemática começa com números, e não com grandezas. A multiplicação e divisão são ensinadas no ensino fundamental também para números. Onde a divisão é definida pela divisão euclidiana.

No entanto, Iglioni (2010) aponta que o algoritmo euclidiano da divisão entre os inteiros, associado à ideia de que o dividendo deve ser maior que o divisor representa outro obstáculo presente no ensino de matemática. Além do “bom” modelo aditivo (da perda e do ganho), que representa um obstáculo para a multiplicação, pelo desejo de um modelo unificante.

O uso do princípio multiplicativo é bastante complexo e envolve domínio de várias relações que ultrapassam a simples identificação da multiplicação como adição de parcelas iguais. No geral, a compreensão que se tem das operações está vinculada a um significado genérico e único, mas na realidade, a multiplicação, assim como a adição tem vários significados (Bittar; Muniz, 2009, p.78).

A visão senso comum de que a multiplicação se configura apenas em adição repetida e a divisão em subtração repetida, é o que procede a dificuldade de ensino e aprendizagem, uma vez que, o professor não compreende a forma de organização cognitiva da operacionalidade matemática do aluno e o aluno não compreende a situações matemáticas apresentadas pelo professor, já que o aluno não consegue associar os conhecimentos que dispõe ao novo conhecimento. Isso se deve ao fato de que “na concepção do obstáculo epistemológico, o novo conhecimento não consegue integrar-se sistematicamente, o saber já existente não admite o novo – seja parcial, seja inteiramente” (Schubring, 2022, s.p.).

Nunes e Bryant (1997) aponta três tipos de situações multiplicativas desenvolvidas pelas crianças, que demonstram que o raciocínio multiplicativo não depende necessariamente de situações aditivas, são elas: Situações de correspondências; relações entre variáveis; e distribuição, divisão e divisão ao meio.

O uso da correspondência é uma estratégia poderosa, porém têm limitações em situações, por exemplo, quando a correspondência um-para-muitos não são conhecidas. A distribuição é considerada pelos autores como uma ação relacionada á operação de divisão e á cortes sucessivos, e que também pode resultar em frações (Nunes; Bryant, 1997).

Nesse contexto, compreendemos a importante de considerar as ideias matemáticas construídas pelos alunos diante as situações que lhes são apresentadas, como meio para compreender os obstáculos existentes nesse processo, em prol do desenvolvimento cognitivo do aluno.

É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas, em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição,

analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos (Brasil, 1998, p.63).

Para Vergnaud “não se pode pensar em multiplicação isoladamente, mas como parte de uma estrutura multiplicativa que envolve tanto a multiplicação, como a divisão” (Nunes; Bryant, 1997, p.78). Sob essa ótica, os PCN destacam a necessidade de se trabalhar paralelamente o conceito de multiplicação e divisão, sendo estes explorados em conjunto de situações mais ricas e contextualizadas a fim de permitir o desenvolvimento da interpretação, da análise, da descoberta, da verificação e da argumentação. As situações do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas devem ser trabalhadas a partir dos primeiros anos de escolaridade (Brasil, 1998).

METODOLOGIA

A pesquisa é de caráter qualitativo, realizada em procedimento bibliográfico, pois Segundo Strauss e Corbin (2008) a pesquisa qualitativa se caracteriza no equilíbrio entre o estado de objetividade e a sensibilidade do pesquisador para interpretação dos fenômenos de forma mais acurada possível, e dos quais para Minayo (1994) não podem ser mensurados. E para Gil (2002), a pesquisa bibliográfica se desenvolve por meios de matérias já elaborados como livros e artigos científicos. Por esse percurso, o presente estudo teve o objetivo de analisar o modo como os livros didáticos do 6º ano apresentam as operações de multiplicação e divisão à luz da teoria de campos conceituais e obstáculos epistemológicos.

Para alcance do objetivo, buscamos primeiramente fazer um estudo sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, na intenção de compreender sua natureza epistêmica e de que forma essa teoria nos permite compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos. Posteriormente, o estudo centrou-se no conceito de Obstáculos Epistemológicos sociais e históricos pela perspectiva de Bachelard, em busca de um viés pedagógico em suas ideias na abordagem do conceito de Obstáculos epistemológicos e obstáculos pedagógicos. A pesquisa se desenvolveu sob a ótica de tais teorias, pois elas auxiliam na compreensão da construção do conhecimento e quais os obstáculos que dificultam a aprendizagem matemática.

A partir do apontamento da TCC e Obstáculos Epistemológicos, a investigação bibliográfica foi realizada em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental, a fim de verificar o conteúdo de multiplicação e divisão abordadas nos livros. No total foram analisados quatro livros didáticos, pois essa quantidade de materiais

bibliográficos foi favorável para o atendimento do objetivo da pesquisa. As análises foram feitas nas obras de Andrini e Vasconcelos (2012); Júnior e Castrucci (2018) e da Coleção Convergências de Eduardo Chavante (2019) e Pataro e Balestri (2018). A escolha dos livros se deu de forma aleatória dentre os materiais disponíveis pelos pesquisadores.

Para registro de dados e organização para a análise dos mesmos foi elaborado um questionário que nortearam a pesquisa e garantiu que todos os livros fossem analisados sob o mesmo panorama. As perguntas presente no questionário foram: Os livros tratam os obstáculos epistemológicos? O livro aborda aspectos históricos relacionados à multiplicação e divisão? O livro apresenta diversas situações que deem sentido ao conceito? O livro menciona a multiplicação e divisão como operações inversas?

ANÁLISES E RESULTADOS

A primeira obra analisada foi de Andrini e Vasconcelos (2012). No livro os conteúdos de multiplicação e divisão de números naturais são abordados na unidade 4, onde as seções estão divididas da seguinte maneira: a primeira seção apresenta a ideia de multiplicação; a segunda o conceito de divisão; a terceira aborda as expressões numéricas; a quarta trata-se da propriedade distributiva da multiplicação; a quinta apresenta situações-problemas; e a sexta e última seção do capítulo, aborda unidades de tempo.

O conteúdo de multiplicação, dedicado na primeira seção, é expressa em cinco páginas, sendo que duas aborda a ideia de multiplicação, mas percebe-se que não há exposição direta do conceito (a propriedade distributiva é abordada na quarta seção). As demais páginas são destinadas aos exercícios envolvendo o conteúdo, contendo no total de 22 problemas. Nesta seção, a ideia de multiplicação é desenvolvida em torno de dois exemplos, a qual expressa a noção de adição de parcelas iguais e contagem de possibilidades.

O conteúdo de divisão, dedicado na segunda seção, é abordado em quatro páginas, sendo que três delas trabalham a ideia de divisão, e que também foi perceptível que não há exposição direta do conceito e propriedades. A última página da seção apresenta o exercício com 7 situações-problemas envolvendo divisão. Nesta seção, a ideia de divisão é desenvolvida em um exemplo de situação problema, além de trabalhar sobre a ideia de multiplicação e divisão como operações inversas, e a relação fundamental da divisão (quociente, divisor, resto e dividendo).

Constatamos que o livro de Andrini e Vasconcelos (2012) aborda mais questões problemas sobre o conteúdo do que o conceito, propriedades ou significados de multiplicação e divisão. Além do que, o livro não menciona nenhuma problemática ou obstáculo em relação a noção de multiplicação e divisão, como também não foi constatado em nenhuma seção aspectos da história de tais conteúdos.

A segunda obra analisada foi de Júnior e Castrucci (2018). No livro os conteúdos de multiplicação e divisão de números naturais são abordados na unidade 2 intitulada “Cálculo com números naturais”, onde está dividido em 5 capítulos, são eles: O primeiro capítulo Adição; o segundo Subtração; o terceiro Multiplicação; o quarto Divisão; e o quinto capítulo Potenciação.

O conteúdo de Multiplicação, apresentado no terceiro capítulo, é desenvolvido sob 11 exemplos que abordam adição de parcelas iguais, contagem de elementos em uma organização retangular, combinação (na qual é mencionada a ideia de proporcionalidade sem adentrar a seu conceito), decomposição e algoritmo usual, multiplicação de um número natural qualquer por zero, e as propriedades da multiplicação (comutativa, associativa, elemento neutro, e distributiva). O capítulo contém uma página e meio dedicada a exercícios envolvendo multiplicação, sendo 11 situações-problemas e 4 questões de cálculo.

O conteúdo de divisão, exposto no quarto capítulo, é primeiramente apresentado em situações-problemas que identificam a relação fundamental (divisor, quociente, resto e dividendo), em seguida é dedicada uma página e meio para os exercícios, contendo 14 situações problemas. Posteriormente, é abordado brevemente as propriedades da divisão, sendo em sequência apresentado o exercício com 5 situações-problemas envolvendo as propriedades.

Podemos observar que no livro de Júnior e Castrucci (2018), não há menção da multiplicação e divisão como operações inversas. Além de que a multiplicação é introduzida como soma de parcelas iguais. Neste livro também não foi identificado nenhuma menção a alguma problemática ou obstáculo em relação à noção de multiplicação ou divisão, e em nenhum capítulo aborda aspectos da história desses conceitos matemáticos.

A terceira obra analisada foi da Coleção Convergências de Eduardo Chavante (2019). O livro apresenta um capítulo com 11 páginas destinadas ao conteúdo de operações com números naturais, divididos em 4 seções: uma destinada a operação de adição, uma destinada

a operação de subtração, uma destinada a operação de multiplicação e outra destinada a operação de divisão.

Nas páginas que tratam da operação de multiplicação no capítulo, o autor apresenta uma situação envolvendo informações nutricionais de um pacote de biscoito, ao qual realiza a multiplicação pela soma de parcelas iguais. Não há exposição direta sobre o conceito de multiplicação e logo são apresentadas as propriedades: comutativa, elemento neutro, associativa e distributiva da multiplicação. Em cada uma das propriedades mencionadas, o autor atribui um conceito e um esquema de como realizar a operação utilizando as propriedades.

Não há uma sequência de atividades que tratam desses conceitos, nem da própria operação de multiplicação em si, logo são apresentadas as expressões numéricas envolvendo adição, subtração e multiplicação e novamente é apenas apresentada com um conceito seguido de um esquema de resolução, não há espaço para o aluno praticar. Na página seguinte já é apresentada a operação de divisão, onde o autor a introduz por meio de uma situação de divisão em partes iguais. Também não é apresentado o conceito de divisão e logo em seguida já é apresentado as expressões numéricas envolvendo as quatro operações básicas.

Na página seguinte são apresentadas sequências de atividades que envolvem as operações estudadas. Há, no livro, diversas situações práticas sobre o conteúdo, no entanto, não há nenhuma menção histórica sobre o processo de construção dessas operações ou qualquer outro fato histórico que faça referência ao conteúdo. Entretanto, o obstáculo epistemológico de aceitação da ideia de multiplicação e divisão como operações inversas é trabalhado a partir das situações já mencionadas. Há situações de arredondamento para a realização de multiplicações com números grandes de modo a obter um resultado aproximado e também a utilização de multiplicação como a soma de parcelas iguais. Encontra-se situações em que o aluno deve utilizar a multiplicação ou a divisão como operações inversas para chegar ao resultado. Nesse tópico, assim como no anterior, em nenhum momento as questões históricas foram abordadas.

A quarta obra analisada foi de Pataro e Balestri (2018), na qual verificamos que o conceito de multiplicação e divisão é abordado no terceiro capítulo “Operações com números naturais”, em que se divide ainda nas seções das operações de adição, subtração e igualdade.

A operação de multiplicação é introduzida na obra de Pataro e Balestri (2018), com uma situação-problema que aborda o procedimento de parcelas iguais. Em seguida, é

apresentado brevemente as propriedades da multiplicação, sendo elas: comutativa, associativa, elemento neutro e propriedade distributiva em relação à adição. Em geral, a seção é dedicada aplicação de situações problemas que envolvem a multiplicação, uma vez que contém 20 questões disponíveis a exercícios, e pouco desenvolvimento conceitual e não nenhuma menção a história foi observada.

Quanto a operação de divisão, está é abordada na seção seguinte à multiplicação, sendo introduzida também a partir de uma situação-problema contextualizada ao Teatro Amazonas. Sem muito desenvolvimento conceitual ou qualquer menção histórica, é apresentado 9 questões que envolvem a divisão. Nesta mesma seção, é dedicado ao tópico de multiplicação e divisão como operações inversas e expressões numéricas com adição, subtração, multiplicação e divisão, sendo abordado uma única situação-problema para o desenvolvimento de cada tópico. Para os dois últimos conteúdos são disponibilizados mais 9 situações-problemas para exercitar.

CONCLUSÕES

A partir da análise dessas quatro obras didáticas, pode-se perceber como as operações de multiplicação e divisão são abordadas e como as situações são apresentadas. Os quatro livros tratam do assunto em apenas um capítulo, variando a quantidade de páginas e de seções destinadas ao assunto.

Em relação ao tratamento dos obstáculos epistemológicos, percebe-se que as quatro obras apresentam uma abordagem voltada para a superação dos obstáculos epistemológicos ligados a aceitação da ideia de multiplicação e divisão como operações inversas. Entretanto, quando passam a tratar das operações isoladas, o tratamento de obstáculos epistemológicos é abandonado dando ênfase apenas ao algoritmo. No que se refere à preocupação com os aspectos históricos relacionados as operações, eles se mostraram escassos durante a análise das obras.

Em relação ao questionamento: “O livro apresenta situações variadas que dão sentido ao conceito?”, observa-se que as quatro obras iniciam o capítulo com situações que abordam a ideia das operações de multiplicação e divisão, mas acabam sendo de forma superficial, pelo fato de os estudantes terem contato com essas operações no ensino fundamental I, os exemplos acabam sendo de forma direta, isto é, como se os estudantes já as dominassem o que não é uma verdade na maioria das vezes.

Em direção ao terceiro questionamento: “O livro menciona a multiplicação e divisão como operações inversas?” percebe-se que, após a abordagem dos conceitos, os livros trazem as duas operações como inversas, isso ajuda a esquematizar as situações propostas quando estas cobram a resolução por meio dessa premissa, o que possibilita a superação dos obstáculos epistemológicos de que a multiplicação e a divisão são operações isoladas.

Os autores não consideram, assim como na teoria do campo conceitual multiplicativo, a multiplicação e a divisão como um único campo e, dessa maneira, as separam em dois tópicos, o que acaba sendo um obstáculo epistemológico uma vez que é através das situações dentro desse campo conceitual que o estudante irá desenvolver esquemas e assim resolver situações mais complexas.

Após a abordagem inicial, na parte destinada as atividades, os livros acabam voltando-se aos algoritmos e procedimentos, o que pode levar o estudante a abandonar os esquemas que começavam a se desenvolver e adotar estereótipos de resolução. Em nenhum momento os livros mencionam, seja no conteúdo ou nas atividades, relações entre as operações de multiplicação e divisão e os aspectos conceituais do campo conceitual multiplicativo (como o pensamento proporcional, por exemplo). A preocupação resume-se a apresentar procedimentos para que o aluno execute os cálculos.

Enfatizamos a recorrência em que a multiplicação é apresentada como soma de parcelas iguais, que apesar de ser um caminho viável do campo aditivo para o multiplicativo, deve-se haver uma cautela quanto ao ensino da multiplicação, isso porque, os PCNs pontuam o risco desse tipo de situações levar a ambiguidade conceitual, além de ser insuficiente para que os alunos compreendam e resolvam a operação de multiplicação em outros tipos de situações. E como destaca Nunes e Bryant (1997) o raciocínio multiplicativo não depende necessariamente de situações aditivas. Para a BNCC, problemas de parcelas iguais deve ser trabalhada no 2 e 3 ano do ensino fundamental.

Salientamos também que, os livros não apresentam situações que propiciem o desenvolvimento do campo conceitual multiplicativo e atendem apenas parcialmente as recomendações propostas no PNL D e nos PCNs já que não há preocupação com a abordagem das questões históricas que norteiam o processo de construção do conceito, e o foco da abordagem da multiplicação e divisão está direcionado apenas a repetições de fórmulas e procedimentos.

Dessa forma, acreditamos que a abordagem dos livros didáticos do 6º ano, no que tange a multiplicação e a divisão de números naturais, propicia a construção de esquemas desprovidos de significados que não atendem os aspectos considerados importantes na teoria de campos conceituais, onde não apresentam situações diversas que dão sentido ao conceito e permitem a construção de esquemas variados e providos de significado para o aluno.

Dado os aspectos apontados, acreditamos que este estudo poderá contribuir para área de processos de ensino e aprendizagem de matemática visto que os resultados demonstram a necessidade de discussões e reformulações na forma em que os conceitos matemáticos são abordados nos livros didáticos do 6º ano do ensino fundamental, especificamente, em relação as situações-problemas em que os conceitos de multiplicação e divisão são desenvolvidos.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, A. J. **Praticando a Matemática - 6º ano** – 3. ed. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

ARRUDA, J. P. de; MORETTI, M. T. Cidadania e Matemática: um olhar sobre os livros didáticos para as séries iniciais do Ensino Fundamental. **Contrapontos**, n. 6, p. 423-437, setembro/dezembro de 2002.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1947.

BARROS, R. A.; BOAVENTURA, T. da S. L. Desenvolvimento dos Campos Conceituais Aditivo e Multiplicativo no Ensino dos Números Negativos: Uma Análise Crítica de Livros Didáticos. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 113-131, 2019.

BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. **A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. 1ª ed. Curitiba: Editora CRV, 2009.

BRANDT, C. F. *et al.* Reflexões Sobre A Aprendizagem Das Operações Aritméticas Elementares Por Alunos Das Séries Iniciais Do Ensino Fundamental À Luz Da Teoria Dos Campos Conceituais De Gérard Vergnaud. **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v.14, n.1, p.1-16, 2019.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática**. Brasília: MECSEF, 1998.

BRASIL. **Guia de livros didáticos PNLD 2012: matemática**. MEC, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**:

Conteúdos e método de ensino. Tradução: Camila Bogéa – São Paulo: Ática, 2008.

CHAVANTE, E. R. **Convergências: matemática, 6º ano: anos finais: ensino fundamental.** 1º ed. São Paulo: Edições SM, 2019.

COUTO, M. E. S.; LIMA, D. C.; SANTANA, E. R. S. O estudo da relação ternária para o ensino do Campo Conceitual Multiplicativo. **Revista Binacional Brasil-Argentina.** Vol. 10, p.330-356, 2021.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** São Paulo: Atlas, 2002.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI, J. R. **A conquista da Matemática. Coleção do 6ª ao 9ªano do Ensino Fundamental.** 4ª ed. São Paulo: FTD, 2018.

IGLIORI, S. B. C. **Obstáculo epistemológico e Educação Matemática.** In: Silvia D. A. Machado. (Org.). **Didática da Matemática: Uma Introdução.** 1 ed. São Paulo: EDUC, v. 1, p. 89-11, 2010.

LISBOA, V. M. T. **Divisão: uma experiência a partir da exploração do algoritmo.** Artigo (Graduação em Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagens) – Faculdade de Educação Matemática e Científica. Universidade Federal do Pará, Belém-PA, 2019.

MINAYO, S. F. (Org). **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade.** Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área.** **Investigações em Ensino de Ciências (UFRGS),** Porto Alegre, v. 7, n.1, 2002.

NUNES. T.; BRYANT, P. **Criança fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PATARO, P. M.; BALESTRI, R. **Matemática essencial 6ano : ensino fundamental, anos finais.** 1ª ED., São Paulo: Scipione, 2018.

POMMER, W. **Diversas abordagens das regras se sinais nas operações elementares em Z.** 2010. DOI:10.13140/RG.2.1.1902.0564.

SANTANA, E. R. S.; CAZORLA, I. M.; SANTOS, E. M. Desempenho de estudantes do ensino fundamental em situações de estruturas multiplicativas. **Revista Paranaense de Educação Matemática,** Campo Mourão, Pr, v.8, n.15, p.147-168, jan.-jun. 2019.

SANTOS, R. M.; BESSA, S. Operação aritmética de multiplicação: compreensão de estudantes do 5º e 6º anos do ensino fundamental. **Ensino Da Matemática Em Debate,** 8(1), 19–41, 2021.

SCHUBRING, G. A Noção de Multiplicação: um “obstáculo” desconhecido na História da Matemática. rev **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 15, n. 18, set. 2002.

SCHUBRING, G. **Análise histórica do livro didático de matemática: notas de aula.** Tradução: Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas: Autores Associados, 2003.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. **Pesquisa Qualitativa: técnicas e procedimentos para desenvolvimento de teoria fundamentada.** 2ª ed., Porto Alegre: Artmed, 2008.

TRINDADE, J. A. O. Obstáculo Epistemológico à aprendizagem do conceito de função. **Anais do II Seminário de Pesquisa em Educação – Região Sul.** UFSC, 1999.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais.** In. BRUN, J. Didática das matemáticas. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, p. 155-191, 1996.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In. EP Grossi (Ed) **Por que ainda há quem não aprende.** V. 2, Petrópolis: Vozes, 2003.

VIANA, A. S.; SILVA, J. D. da. Dificuldades com a operação de multiplicação no 6º ano do Ensino Fundamental. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento.** Ano 05, Ed. 11, Vol. 20, pp. 82-92. Novembro de 2020.

Submetido em: 28 de junho de 2023.

Aprovado em: 27 de julho de 2023.

Publicado em: 14 de agosto de 2023.